Total number of printed pages–19

3 (Sem–4/CBCS) MAT HG/RC

2023

MATHEMATICS

(Honours Generic/Regular)

Answer the Questions from any one Option.

OPTION – A

(Real Analysis)

Paper : MAT–RC–4016/MAT–HG–4016

Full Marks : 80

Time : Three hours

OPTION – B

(Numerical Analysis)

Paper : MAT–HG–4026

Full Marks : 80

Time : Three hours

Anandaram Dhekial Phookan College Library
Acc. No. ....
Date..................
* Nagaon : Assam *

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Answer ***either*** *in English* ***or*** *in Assamese.*

Contd.

OPTION – A

(Real Analysis)

Paper : MAT–RC–4016/MAT–HG–4016

1. Answer the following questions : 1×10=10

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Define closed set.

বন্ধ সংহতিৰ সংজ্ঞা লিখা।

(b) Write the infimum of the set

$$\left\{1+\frac{1}{n} : n \in N\right\}$$

$\left\{1+\frac{1}{n} : n \in N\right\}$ সংহতিটোৰ গৰিষ্ঠ নিম্ন সীমাটো লিখা।

(c) When is a set called bounded above?

এটা সংহতিক কেতিয়া উচ্চ বদ্ধ বুলি কোৱা হয়?

(d) Write a subset of R which is both open and closed.

R-ৰ এটা উপসংহতি লিখা যিটো যুক্ত আৰু বন্ধ দুয়োটাই হয়।

Anandaram Dhekial Phookan College Library Acc. No. Date * Nagaon : Assam *

(e) Define bounded sequence.

বদ্ধ অনুক্ৰমৰ সংজ্ঞা লিখা।

(f) Give an example of a sequence which is bounded but not convergent.

এটা বদ্ধ অনুক্ৰমৰ উদাহৰণ দিয়া যিটো অভিসাৰী নহয়।

(g) Define monotonic decreasing sequence.

ক্ৰমহ্ ্ৰাসমান অনুক্ৰমৰ সংজ্ঞা লিখা।

(h) When is a series said to be conditionally convergent?

কেতিয়া এটা অসীম শ্ৰেণীক চৰ্ত্তসাপেক্ষ অভিসাৰী বুলি কোৱা হয়?

(i) Write the Bolzano-Weierstrass theorem for sequence.

অনুক্ৰমৰ বলজেন'-ওয়েৰস্ট্ৰাচৰ উপপাদ্যটো লিখা।

(j) Define Cauchy sequence.

কশ্চি অনুক্ৰমৰ সংজ্ঞা লিখা।

2. Answer the following questions : 2×5=10

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Define open set and give *one* example.

মুক্ত সংহতিৰ সংজ্ঞা লিখা আৰু *এটা* উদাহৰণ দিয়া।

Anandaram Dhekial Phookan College Library Acc. No. Date

(b) Give an example to show that the intersection of infinite collection of open set is not open.

এটা উদাহৰণৰ সৈতে দেখুওৱা যে অসীম সংখ্যক মুক্ত সংহতিৰ ছেদন এটা মুক্ত সংহতি নহয়।

(c) Show that $\sum \frac{1}{n}$ diverges.

দেখুওৱা যে $\sum \frac{1}{n}$ অপসাৰী।

(d) Show that the sequence $\langle (-1)^n \rangle$ diverges.

দেখুওৱা যে $\langle (-1)^n \rangle$ অনুক্ৰমটো অপসাৰী।

(e) Define uniform continuity of a real function.

এটা বাস্তৱ ফলনৰ সুষম অবিচ্ছিন্নতাৰ সংজ্ঞা লিখা।

3. Answer ***any four*** : 5×4=20

যিকোনো চাৰিটাৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Show that $a^2 > 0$ for $0 \neq a \in R$. Also show $n > 0$ for $n \in N$.

দেখুওৱা যে $a^2 > 0$ য'ত $0 \neq a \in R$. আকৌ দেখুওৱা যে $n > 0$ য'ত $n \in N$.

Anandaram Dhekial Phookan College Library
Acc. No.
Date
* Nagaon : Assam *

(b) If $ab > 0$, then show that

(i) $a > 0$ and $b > 0$

Or

(ii) $a < 0$ and $b < 0$

যদি $ab > 0$, তেতিয়া দেখুওৱা যে

(i) $a > 0$ আৰু $b > 0$

Or

(ii) $a < 0$ আৰু $b < 0$

(c) Show that (দেখুওৱা যে)

(a) $\big||a| - |b|\big| \leq |a - b|$

(b) $|a - b| \leq |a| + |b|$, $a, b \in R$

Anandaram Dhekial Phookan College Library
Acc. No.
Date
* Nagaon : Assam *

(d) Show that (দেখুওৱা যে)

(a) $|ab| = |a||b|$

(b) $|a|^2 = a^2$, $a, b \in R$

(e) Let $\langle a_n \rangle, \langle b_n \rangle, \langle c_n \rangle$ be three sequences such that $a_n \leq b_n \leq c_n \forall n \in N$.

If $\lim a_n = \lim c_n = l$, show that $\lim b_n = l$.

(a_n), (b_n) আৰু (c_n) তিনিটা অনুক্ৰম যাতে $a_n \leq b_n \leq c_n \forall n \in N$.

যদি $\lim a_n = \lim c_n = l$, দেখুওৱা যে $\lim b_n = l$.

(f) If f and g are continuous functions on A, show that $f+g$ is also continuous on A.

A সংহতিত সংজ্ঞাবদ্ধ, f আৰু g দুটা অবিচ্ছিন্ন ফলন হলে দেখুওৱা যে $f+g$ ও অবিচ্ছিন্ন হব।

4. Answer the following questions : 10×4=40

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Show that every nonempty set of real numbers that has an upper bound has a supremum in R.

বাস্তৱ সংখ্যাৰ উচ্চ সীমা থকা অশূন্য সংহতিবোৰৰ লঘিষ্ঠ উচ্চসীমা থাকে বুলি প্ৰমাণ কৰা।

Or / অথবা

Let S be a nonempty subset of R which is bounded above. If $a \in R$, prove that $\sup(a+s) = a + \sup S$.

ধৰা হল S এটা অশূন্য উচ্চ পৰিবদ্ধ R ৰ উপসংহতি। যদি $a \in R$, দেখুওৱা যে $\sup(a+s) = a + \sup S$.

(b) Show that a monotone sequence of real numbers is convergent if and only if it is bounded.

দেখুওৱা যে বাস্তৱ সংখ্যাৰ এটা একদিষ্ট অনুক্ৰম অভিসাৰী হ'ব যদি আৰু যদিহে ই পৰিবদ্ধ হয়।

Or / অথবা

Show that a bounded sequence of real numbers has a convergent subsequence.

দেখুওৱা যে বাস্তৱ সংখ্যাৰ এটা পৰিবদ্ধ অনুক্ৰমৰ এটা অভিসাৰী উপঅনুক্ৰম থাকে।

(c) Let a sequence $<x_n>$ be defined as

$$x_1 = 1, \quad x_{n+1} = \frac{1}{4}(2x_n + 3), \; n \geq 1.$$

Show that $\lim x_n = \frac{3}{2}$.

ধৰা হ'ল এটা অনুক্ৰম $<x_n>$ তলত দিয়া ধৰনে সংজ্ঞাবদ্ধ কৰা হৈছে ঃ

$$x_1 = 1, \quad x_{n+1} = \frac{1}{4}(2x_n + 3), \; n \geq 1$$

দেখুওৱা যে $\lim x_n = \frac{3}{2}$.

Contd.

Anandaram Dhekial Phookan College Library
Acc. No.
Date
Nagaon : Assam

Anandaram Dhekial Phookan College Library
Acc. No.
Date
Nagaon : Assam

Or / অথবা

Show that the sequence $<e_n>$ is convergent where $e_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n \forall n \in N$.

দেখুওৱা যে $<e_n>$ অনুক্ৰমটো অভিসাৰী য'ত $e_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n \forall n \in N$.

(d) Discuss convergence of the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ শ্ৰেণীটোৰ অভিসাৰিতা সম্পৰ্কে আলোচনা কৰা।

Or / অথবা

Show that $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n}$ is covergent.

দেখুওৱা যে $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n}$ শ্ৰেণীটো অভিসাৰী।

Anandaram Dhekial Phookan College Library
Acc. No.
Date
* Nagaon : Assam

OPTION – B

(Numerical Analysis)

Paper : MAT–HG–4026

1. Answer the following questions : 1×10=10

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Express the following system of equation in matrix form :

তলত উল্লেখ কৰা সমীকৰণ প্ৰণালীটো মৌলকক্ষ আকাৰত প্ৰকাশ কৰা ঃ

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3$$

(b) Write down Newton's backward interpolation formula.

নিউটনৰ পশ্চদিশিক অন্তৰ্বেশন সূত্ৰটো লিখা।

(c) Evaluate $\Delta \log x$.

$\Delta \log x$ নিৰ্ণয় কৰা।

Anandaram Dhekial Phookan College Library
Acc. No.
Date
* Nagaon : Assam

(d) State the formula for Simpson's $\frac{3}{8}$th rule.

চিম্পচনৰ $\frac{3}{8}$তম সূত্ৰটো লিখা।

(e) When is Newton's divided difference formula used?

নিউটনৰ বিভাজিত অন্তৰৰ সূত্ৰটো কেতিয়া ব্যৱহাৰ কৰা হয়?

(f) What is the numerical definition of $\int_a^b f(x)dx$?

$\int_a^b f(x)dx$ ৰ সাংখ্যিক সংজ্ঞা দিয়া।

(g) Write the formula of 1st derivative at $x = x_0$ for three equally spaced point.

$x = x_0$ বিন্দুৰ তিনিটা সমান অন্তৰিক্ষ বিন্দুত প্ৰথম অৱকলজৰ সূত্ৰটো লিখা।

Anandaram Dhekial Phookan College Library
Acc. No.
Date
* Nagaon : Assam *

(h) State Euler's formula for differential equation.

অৱকল সমীকৰণৰ ক্ষেত্ৰত অইলাৰৰ সূত্ৰটো লিখা।

(i) What is the disadvantage of Taylor series method in differential equation.

অৱকল সমীকৰণৰ ক্ষেত্ৰত টেইলৰ শ্ৰেণী পদ্ধতিৰ অসুবিধা কি?

(j) What is the $(n+1)$th order difference of the nth degree polynomial?

nতম মাত্ৰাৰ বহুপদ ৰাশিৰ $(n+1)$তম ক্ৰমৰ অন্তৰ কি হ'ব?

2. Answer the following questions : 2×5=10

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Prove that

প্ৰমাণ কৰা যে

$$(1+\Delta)(1-\nabla)=1$$

Anandaram Dhekial Phookan College Library
Acc. No.
Date
* Nagaon : Assam *

(b) Express $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 10$ into factorial notation.

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 10$ ৰাশিটো ক্ৰমগণিত সংকেত চিনত প্ৰকাশ কৰা।

(c) Construct a divided difference table from the following data :

তলত দিয়া তালিকাখনৰ পৰা এখন বিভাজিত অন্তৰৰ টেবুল গঠন কৰা ঃ

x :	-1	1	2	3
y :	-21	15	12	3

(d) If $f(x) = \frac{1}{x}$, then find $f(a, b)$.

যদি $f(x) = \frac{1}{x}$, তেন্তে $f(a, b)$ নিৰ্ণয় কৰা।

(e) Given that $u_0 = 2,\ u_1 = 3,\ u_2 = 4$. Find $\Delta^2 u_0$

দিয়া আছে $u_0 = 2,\ u_1 = 3,\ u_2 = 4$। তেন্তে $\Delta^2 u_0$ নিৰ্ণয় কৰা।

Anandaram Dhekial Phookan College Library * Nagaon : Assam * Acc. No. Date

3. Answer **any four** questions from the following : 5×4=20

তলৰ *যিকোনো চাৰিটা* প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Solve by Gauss-Jordan method :

গাউজ-জৰডান পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা ঃ

$$x + y + z = 9$$

$$2x - 3y + 4z = 13$$

$$3x + 4y + 5z = 40$$

(b) Obtain the missing values of the table given below :

তলত দিয়া তালিকাখনৰ খালী ঠাই পূৰ কৰা ঃ

x :	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$:	1	8	-	64	-	216	343	512

(c) Evaluate :

মান নিৰ্ণয় কৰা ঃ

$$\frac{\Delta^2}{E}\{\sin(x+\lambda)\} + \frac{\Delta^2 \sin(x+\lambda)}{E \sin(x+\lambda)}$$

Anandaram Dhekial Phookan College Library * Nagaon : Assam * Acc. No. Date

(d) Evaluate $y = e^{2x}$ for $x = 0.05$ using the following table :

তলত দিয়া তালিকাখনৰ পৰা $x = 0.05$ বিন্দুত $y = e^{2x}$ৰ মান উলিওৱা ঃ

x	: 0.00	0.10	0.20	0.30	0.40
$y = e^{2x}$	: 1.00	1.2214	1.4918	1.8221	2.255

(e) From the following table of values of x and y, find $\frac{dy}{dx}$ for $x = 1.05$.

তলৰ টেবুলখনৰ x আৰু y ৰ মান ব্যৱহাৰ কৰি $x = 1.05$ বিন্দুত $\frac{dy}{dx}$ নিৰ্ণয় কৰা।

(f) Estimate the first term of the series whose second and subsequent from are 8, 3, 0, −1, 0.

এটা শ্ৰেণীৰ প্ৰথম পদটো নিৰ্ণয় কৰা য'ত দ্বিতীয় আৰু তাৰ পিচৰ পদবোৰ 8, 3, 0, −1, 0 হয়।

Anandaram Dhekial Phookan College Library
Acc. No.
Date

4. Answer ***any four*** questions from the following : 10×4=40

তলৰ *যিকোনো চাৰিটা* প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) State and prove Simpson's $\frac{1}{3}$rd rule. Using this rule, find

$$\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^3}dx$$

ছিমচনৰ $\frac{1}{3}$তম সূত্ৰটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা। এই সূত্ৰটো ব্যৱহাৰ কৰি $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^3}dx$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Solve the equation by Gauss-Siedal method of iteration.

$$20x + y - 22 = 17$$
$$3x + 20y - z = -18$$
$$2x - 3y + 20z = 25$$

গাউজ-ছিডল পুনৰাবৃত্তি পদ্ধতিৰ দ্বাৰা তলৰ সমীকৰণকেইটা সমাধা কৰা ঃ

$$20x + y - 22 = 17$$
$$3x + 20y - z = -18$$
$$2x - 3y + 20z = 25$$

Anandaram Dhekial Phookan College Library
Acc. No.
Date
* Nagaon : Assam *

Contd.

(c) (i) Find the piecewise linear interpolating polynomial for the data given below : 5

তলৰ তালিকাৰ কাৰণে piecewise linear interpolation polynomial উলিওৱা ঃ

x :	0	1	2	3
y :	0	1	0	-1

(ii) Find the inverse of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

using Gauss-Jordan method. 5

Gauss-Jordan পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$ মৌলকক্ষৰ প্ৰতিলোম উলিওৱা।

(d) If the function $f(x)$ takes the values $f(x_0) = y_0, f(x_0 + \lambda) = y_1 \ldots\ldots f(x + n\lambda) = y_n$ when $x = x_0$, $x = x_0 + \lambda \ldots\ldots x = x_0 + n\lambda$ respectively then obtain the general quadrature formula.

Anandaram Dhekial Phookan College Library
Acc. No.
Date

যদি এটা ফলন $f(x)$ ৰ মানবোৰ ক্ৰমে $f(x_0) = y_0, f(x_0 + \lambda) = y_1 \ldots\ldots f(x + n\lambda) = y_n$ য'ত $x = x_0$, $x = x_0 + \lambda \ldots\ldots x = x_0 + n\lambda$ তেন্তে বৰ্গহিচাপত কালি (quadrature) সূত্ৰটো উলিওৱা।

(e) Solve by Euler's method the following differensive equation at $x = 0.1$ correct to four decimal places :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y - x}{y + x}$$

with one initial condition $y(0) = 1$.

অইলাৰ পদ্ধতিৰ সহায়ত তলত উল্লেখ কৰা অৱকল সমীকৰণটো $x = 0.1$ বিন্দুত চতুৰ্থ দশমিক স্থানলৈ সমাধান কৰা য'ত $y(0) = 1$

(f) (i) From the following table find the number of students who obtained less than 45 marks : 5

Marks	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80
No.of students	31	42	51	35	31

তলত উল্লেখ কৰা টেবুলখনৰ পৰা 45 নম্বৰৰ তলৰ্ত পোৱা ছাত্ৰছাত্ৰীৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা ঃ

নম্বৰ ঃ	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80
ছাত্ৰছাত্ৰীৰ সংখ্যা ঃ	31	42	51	35	31

Anandaram Dhekial Phookan College Library
Acc. No.
Date

(ii) A third degree polynomial $p(x)$ passes through (0, −1), (1, 1), (2, 1), (3, −2). Find its value at $x = 1.2$ 5

এটা ত্ৰিমাত্ৰিক বহুপদ ৰাশি $p(x)$, (0, −1), (1, 1), (2, 1), (3, −2) বিন্দুৰ মাজৰে যায়। $x = 1.2$ বিন্দুত $p(x)$ ৰ মান উলিওৱা।

(g) (i) A curve passes through the points (0, 2), (1, 3), (2, 12), (5, 147). Find the slope of the curve at $x = 2$. 5

যদি এটা বক্ৰ (0, 2), (1, 3), (2, 12), (5, 147) বিন্দুৰ মাজেৰে যায় তেন্তে বক্ৰটোৰ $x = 2$ বিন্দুত প্ৰৱণতা নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Find the minimum values of the function $y = f(x)$ from the following data : 5

x	0	1	2	5
$f(x)$	2	3	12	147

তলত উল্লেখ কৰা তথ্যৰ পৰা $y = f(x)$ কলনৰ লঘিষ্ঠ মান নিৰ্ণয় কৰা ঃ

x	0	1	2	5
$f(x)$	2	3	12	147

Anandaram Dhekial Phookan College Library
Acc. No.
Date
* Nagaon : Assam *

(h) (i) Calculate the value of $\int_0^x \frac{x}{1+x}dx$ correct up to three significant figures taking six intervals by trapezoidal rule. 6

ছয়টা অন্তৰাল লৈ ট্ৰেপিজইডেল নিয়ম ব্যৱহাৰ কৰি $\int_0^x \frac{x}{1+x}dx$ ৰ তিনি দশমিক স্থানলৈ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Find $\Delta^{10}(1-ax)(1-bx^2)(1-cx^3)(1-dx^4)$ 4

$\Delta^{10}(1-ax)(1-bx^2)(1-cx^3)(1-dx^4)$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Anandaram Dhekial Phookan College Library
Acc. No.
Date
* Nagaon : Assam *